

八上数学预习讲义

华师大版八年级上册数学 预习材料

预习人：

使用说明：先看知识点，再看例题（先自己做再看答案），最后做练习题。练习题答案在每节末尾折叠区。

第10章 数的开方

10.1 平方根和立方根

知识点讲解

什么是平方根？

如果你会乘方（比如 $3^2 = 9$ ），那开方就是把乘方倒过来。已知 $3^2 = 9$ ，那么 9 的平方根就是 3。

更准确地说：**如果一个数的平方等于 a ，那么这个数叫做 a 的平方根。**

比如：因为 $4^2 = 16$ ， $(-4)^2 = 16$ ，所以 16 的平方根是 4 和 -4。

注意：一个正数有两个平方根（一正一负），0 的平方根是 0，**负数没有平方根**（因为任何数的平方都不可能是负数）。

算术平方根：就是那个**正的**平方根。记作 $\sqrt{a}$ 。

- $\sqrt{16} = 4$ （16 的算术平方根是 4，不是 -4）
- 算术平方根是非负的： $\sqrt{a} \geq 0$ ，而且 $a \geq 0$

什么是立方根？

如果一个数的**立方**等于 a ，那这个数叫做 a 的立方根。记作 $\sqrt[3]{a}$ 。

比如： $2^3 = 8$ ，所以 $\sqrt[3]{8} = 2$ ； $(-2)^3 = -8$ ，所以 $\sqrt[3]{(-8)} = -2$ 。

和平方根不同，**负数也能开立方**，结果是负数。

开方运算：求平方根叫开平方，求立方根叫开立方。

生活中的理解：平方根就像问“几个相同数字相乘得到这个数？”
立方根就是“几个相同数字相乘三次得到这个数？”

核心公式和定理

名称	公式	说明
平方根定义	若 $x^2 = a$ ，则 $x = \pm\sqrt{a}$	$a \geq 0$
算术平方根	$\sqrt{a}$ 表示 a 的非负平方根	$\sqrt{a} \geq 0, a \geq 0$
立方根定义	若 $x^3 = a$ ，则 $x = \sqrt[3]{a}$	a 可为任意实数
性质	$(\sqrt{a})^2 = a$	$a \geq 0$
性质	$\sqrt{(a^2)} = a $	结果永远非负， a 可为负数
立方根性质	$(\sqrt[3]{a})^3 = a$	a 可为任意实数
立方根性质	$\sqrt[3]{(a^3)} = a$	a 可为任意实数
重要区别	正数平方根 两个 ，立方根 一个	负数无平方根但有立方根

经典例题

例题 1：求下列各数的平方根和算术平方根。

1. 25 (2) 0.01 (3) 121/144

解答：

1. 因为 $(\pm 5)^2 = 25$ ，所以 25 的平方根是 ± 5 ，算术平方根是 5（取正的）。

2. 因为 $(\pm 0.1)^2 = 0.01$, 所以 0.01 的平方根是 ± 0.1 , 算术平方根是 0.1。

3. 因为 $(\pm 11/12)^2 = 121/144$, 所以平方根是 $\pm 11/12$, 算术平方根是 11/12。

例题 2: 求下列各数的立方根。

1. 64 (2) -27 (3) 0.008

解答:

1. 因为 $4^3 = 64$, 所以 $\sqrt[3]{64} = 4$ 。

2. 因为 $(-3)^3 = -27$, 所以 $\sqrt[3]{-27} = -3$ 。

3. 因为 $0.2^3 = 0.008$, 所以 $\sqrt[3]{0.008} = 0.2$ 。

例题 3: 计算下列各式。

1. $\sqrt{64} + \sqrt[3]{27}$ (2) $\sqrt[3]{-8} + \sqrt{4}$ (3) $\sqrt{(-3)^2}$

解答:

1. $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt[3]{27} = 3$, 所以 $8 + 3 = 11$ 。

2. $\sqrt[3]{-8} = -2$, $\sqrt{4} = 2$, 所以 $-2 + 2 = 0$ 。

3. $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$ 。注意不是 -3 哦, 因为算术平方根只能是非负数。

例题 4: 已知 $\sqrt{x-3} + |y+2| = 0$, 求 $x+y$ 的值。

分析: 算术平方根 ≥ 0 , 绝对值 ≥ 0 , 两个非负数相加等于 0, 说明它们都是 0。

解答:

因为 $\sqrt{x-3} \geq 0$, $|y+2| \geq 0$, 且它们相加为 0,

所以 $x-3=0$ 且 $y+2=0$ 。

解得 $x=3$, $y=-2$ 。

所以 $x+y=3+(-2)=1$ 。

例题 5：判断对错并说明理由。

1. 0 的平方根是 0 $\checkmark$ (2) -4 的平方根是 -2 $\times$
2. 1 的平方根是 1 $\times$ (4) $\sqrt[3]{-8} = -2$ $\checkmark$

解答：

1. $\sqrt{0}$ 的平方根就是 0 本身。
2. $\times$ 负数没有平方根，-4 不能开平方。
3. $\times$ 1 的平方根是 ± 1 ，不能说只有 1。
4. $\sqrt{(-2)^3} = -8$ ，所以 $\sqrt[3]{-8} = -2$ ，正确。

基础练习题

1. 求下列各数的平方根：36、0.49、9/16
2. 求下列各数的算术平方根：100、0.04、1.44
3. 求下列各数的立方根：125、-64、0.001
4. 计算： $\sqrt{81} - \sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{-125}$
5. 已知 $\sqrt{2a+1} + \sqrt{b-3} = 0$ ，求 $a+b$ 的值。

► [点击查看答案](#)

10.2 实数

知识点讲解

有理数 vs 无理数

我们学过的数，比如整数（1、-5、0）、分数（1/3、0.25），都可以写成两个整数的比（分数形式）。这些叫做**有理数**。

但是有些数不能写成两个整数的比！它们的小数部分无限不循环。比如：

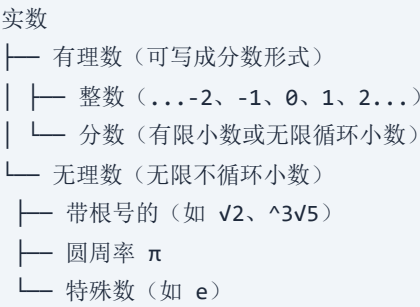
- $\sqrt{2} = 1.41421356\dots$ （无限不循环）
- $\pi = 3.14159265\dots$ （圆周率）

- $\sqrt[3]{7} = 1.91293118...$

这些叫做**无理数**。

简单判断方法：把一个数写成分数 a/b (a 、 b 是整数, $b \neq 0$) , 能写出来的就是有理数, 写不出的就是无理数。

实数分类：



实数与数轴：

所有的实数都能在数轴上找到对应的点，数轴上的每个点也对应一个实数。也就是说：**实数和数轴上的点一一对应**。

无理数在数轴上的位置：比如 $\sqrt{2}$ ，我们可以用单位正方形的对角线长度来确定它在数轴上的位置。

核心公式和定理

概念	定义	例子
有理数	可写成 a/b (a 、 b 整数, $b \neq 0$)	3、 $-1/2$ 、 $0.333...$
无理数	无限不循环小数	$\sqrt{2}$ 、 π 、 $\sqrt[3]{3}$
实数	有理数 + 无理数	所有我们学过的数
实数与数轴	一一对应	每个实数对应一个点
常见无理数	$\sqrt{\text{素数}}$ 、 π	$\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 π

经典例题

例题 1：判断下列数哪些是有理数，哪些是无理数。

3.14、 $\sqrt{2}$ 、-7、 π 、 $\sqrt[3]{8}$ 、1.010010001... (每两个 1 之间多一个 0)

解答：

- 有理数：3.14 (有限小数可写成分数)、-7 (整数)、 $\sqrt[3]{8} = 2$ (整数)
 - 无理数： $\sqrt{2}$ 、 π 、1.010010001... (无限不循环小数)
-

例题 2：在数轴上表示 $\sqrt{5}$ 的位置。

解答：

利用勾股定理构造直角三角形：- 画一个直角三角形，两直角边分别为 2 和 1 - 斜边长 = $\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ - 用圆规截取斜边长度，在数轴上从原点向右画弧，交数轴于一点 - 这一点就是 $\sqrt{5}$ 的位置

例题 3：将下列实数从小到大排序。

$-\sqrt{3}$ 、0、1.5、 $\sqrt{2}$ 、 π

解答：

先估算每个数的大小 (保留两位小数)：- $-\sqrt{3} \approx -1.73$ - $0 = 0$ - $\sqrt{2} \approx 1.41$ - $1.5 = 1.5$ - $\pi \approx 3.14$

从小到大： $-\sqrt{3} < 0 < \sqrt{2} < 1.5 < \pi$

例题 4：判断正误并说明理由。

1. 无理数都是无限小数。 ✓
2. 无限小数都是无理数。 ✗
3. 带根号的数都是无理数。 ✗

解答：

1. ✓ 无理数的定义就是无限不循环小数，所以当然都是无限小数。
2. ✗ 无限小数分为无限循环小数 (是有理数) 和无限不循环小数 (是无理数)。

3. $\sqrt{4} = 2$, 是有理数。带根号的数要看能否化简成整数或分数。

基础练习题

1. 把下列各数填入相应的括号里：

3.14、 $-\sqrt{9}$ 、 $\pi/2$ 、 $\sqrt[3]{8}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $22/7$ 、0.1010010001...

有理数集合：{ ... } 无理数集合：{ ... }

2. 比较大小： $\sqrt{3}$ ____ 1.7 (填 >、< 或 =)

3. 写出一个比 2 大的无理数和一个比 -2 小的无理数。

4. 化简： $|\sqrt{2} - 1| + |\sqrt{3} - \sqrt{2}|$

5. 一个正方形的面积为 7, 求它的边长 (保留根号形式)。

► [点击查看答案](#)

本章思维导图

第10章 数的开方

|

├─ 10.1 平方根和立方根

| └─ 平方根： $x^2=a \rightarrow x=\pm\sqrt{a}$ (两个, 一正一负)

| | └─ 算术平方根: 取正的 $\sqrt{a}$

| └─ 立方根： $x^3=a \rightarrow x=\sqrt[3]{a}$ (一个, 可正可负)

| └─ 重要区别: 负数可开立方不可开平方

|

└─ 10.2 实数

| └─ 有理数: 可写 a/b (整数/有限小数/无限循环小数)

| └─ 无理数: 无限不循环小数 ($\sqrt{\text{素数}}$ 、 π 等)

| └─ 实数与数轴一一对应

第11章 整式的乘除

11.1 幂的运算

知识点讲解

什么是幂？

a^n 叫做 a 的 n 次幂， a 是底数， n 是指数。比如 2^5 ，底数是 2，指数是 5，表示 5 个 2 相乘。

同底数幂的乘法：

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

道理很简单： a^m 是 m 个 a 相乘， a^n 是 n 个 a 相乘，总共 $m+n$ 个 a 相乘。比如 $2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = 2^5$

幂的乘方：

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

比如 $(2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2+2} = 2^6 = 2^{2 \times 3}$

积的乘方：

$$(ab)^n = a^n b^n$$

比如 $(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$ ，也可以算成 $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

同底数幂的除法：

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m > n)$$

$a^5 \div a^2 = (a \times a \times a \times a \times a) \div (a \times a) = a^3 = a^{5-2}$

核心公式和定理

名称	公式	记忆口诀
同底数幂乘法	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	底数不变，指数相加
幂的乘方	$(a^m)^n = a^{mn}$	底数不变，指数相乘
积的乘方	$(ab)^n = a^n b^n$	分别乘方
同底数幂除法	$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0)$	底数不变，指数相减
零次幂	$a^0 = 1 (a \neq 0)$	任何非零数的零次方等于 1
负指数	$a^{-n} = 1/a^n (a \neq 0)$	倒数关系

经典例题

例题 1：计算下列各式。

1. $x^2 \cdot x^5$ (2) $3^2 \times 3^3 \times 3$ (3) $a^2 \cdot a \cdot a^4$

解答：

1. $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$

2. $3^2 \times 3^3 \times 3 = 3^2 \times 3^3 \times 3^1 = 3^{2+3+1} = 3^6 = 729$

3. $a^2 \cdot a \cdot a^4 = a^{2+1+4} = a^7$

例题 2：计算下列各式。

1. $(2^3)^2$ (2) $(x^2)^5$ (3) $(-a^3)^2$

解答：

1. $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$

2. $(x^2)^5 = x^{2 \times 5} = x^{10}$

3. $(-a^3)^2 = (-1)^2 \times (a^3)^2 = 1 \times a^6 = a^6$

注意：偶数次方能把负号吃掉！

例题 3： 计算下列各式。

1. $(2x)^3$ (2) $(-3ab^2)^2$ (3) $(a^2b^3)^4$

解答：

1. $(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3 = 8x^3$

2. $(-3ab^2)^2 = (-3)^2 \cdot a^2 \cdot (b^2)^2 = 9a^2b^4$

3. $(a^2b^3)^4 = (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 = a^8b^{12}$

例题 4： 计算下列各式。

1. $x^6 \div x^2$ (2) $a^5 \div a^5$ (3) $(-a)^7 \div (-a)^3$

解答：

1. $x^6 \div x^2 = x^{6-2} = x^4$

2. $a^5 \div a^5 = a^0 = 1$

3. $(-a)^7 \div (-a)^3 = (-a)^{7-3} = (-a)^4 = a^4$

例题 5： 计算 $x^2 \cdot x^3 + (x^3)^2 - x^4 \cdot x$

解答：

先分别计算每一项： $-x^2 \cdot x^3 = x^5$ $-(x^3)^2 = -x^6$ $-x^4 \cdot x = -x^5$

代入原式： $x^5 + x^6 - x^5 = x^6$

基础练习题

1. 计算： $a^4 \cdot a^3 =$

2. 计算： $(x^3)^4 =$

3. 计算： $(-2ab^2)^3 =$

4. 计算： $x^{10} \div x^3 =$

5. 计算： $2^5 \times 2^4 \div 2^6 =$

▶ [点击查看答案](#)

11.2 整式的乘法

知识点讲解

单项式 × 单项式：

系数相乘，相同字母分别相乘，剩下的字母照抄。

比如 $2x^2y \times 3xy^3 = (2 \times 3) \times (x^2 \cdot x) \times (y \cdot y^3) = 6x^3y^4$

单项式 × 多项式：

用单项式去乘多项式的每一项，再把结果相加。

相当于分配律： $a(b + c) = ab + ac$ 比如 $2x(x^2 - 3x + 1) = 2x \cdot x^2 + 2x \cdot (-3x) + 2x \cdot 1 = 2x^3 - 6x^2 + 2x$

多项式 × 多项式：

把一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再求和。

比如 $(x + 2)(x + 3) = x \cdot x + x \cdot 3 + 2 \cdot x + 2 \cdot 3 = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$ 口诀：逐项相乘，合并同类项

核心公式和定理

类型	公式	说明
单项式×单项式	系数乘系数，同底幂相乘	$a \cdot b^3 \times 2a^2b = 2a^3b^4$
单项式×多项式	$a(b + c) = ab + ac$	分配律

类型	公式	说明
多项式×多项式	$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$	逐项分配

经典例题

例题 1： 计算 $3x^2y \cdot (-2xy^3z)$

解答：

$$3x^2y \cdot (-2xy^3z) = 3 \times (-2) \times x^2 \cdot x \times y \cdot y^3 \times z = -6x^3y^4z$$

例题 2： 计算 $(-2a^2b) \cdot (3ab^2) \cdot (-ab)$

解答：

$$(-2) \times 3 \times (-1) \times a^2 \cdot a \cdot a \times b \cdot b^2 \cdot b = 6a^4b^4$$

例题 3： 计算 $3x(x^2 - 2x + 4)$

解答：

$$\begin{aligned} & 3x \cdot x^2 + 3x \cdot (-2x) + 3x \cdot 4 \\ &= 3x^3 - 6x^2 + 12x \end{aligned}$$

例题 4： 计算 $(2x + 1)(x - 3)$

解答：

$$\begin{aligned} &= 2x \cdot x + 2x \cdot (-3) + 1 \cdot x + 1 \cdot (-3) \\ &= 2x^2 - 6x + x - 3 \\ &= 2x^2 - 5x - 3 \end{aligned}$$

例题 5： 计算 $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

解答：

$$= x \cdot x^2 + x \cdot (-2x) + x \cdot 4 + 2 \cdot x^2 + 2 \cdot (-2x) + 2 \cdot 4$$

$$= x^3 - 2x^2 + 4x + 2x^2 - 4x + 8$$

$$= x^3 + 8$$

基础练习题

1. 计算: $2ab \cdot 3a^2b =$

2. 计算: $(-2x) \cdot (3x^2 - xy + y^2)$

3. 计算: $(x + 3)(x - 5)$

4. 计算: $(2a - b)(a + 3b)$

5. 计算: $(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

► [点击查看答案](#)

11.3 乘法公式

知识点讲解

两个特别常用的乘法公式，必须**背熟**！

平方差公式：

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

左右两个括号，只有 b 的符号不同，结果就是 a 的平方减 b 的平方。比如 $(x + 3)(x - 3)$
 $= x^2 - 9$

完全平方公式：

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

展开后有三项：a 的平方、b 的平方、加上（或减去）2 倍的 ab。比如 $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

记忆口诀：**头平方、尾平方、两倍头尾放中央**（符号跟着中间走）

核心公式和定理

名称	公式	记忆方法
平方差公式	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	相同项的平方减相反项的平方
完全平方和	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	首平方，尾平方，积的2倍在中央
完全平方差	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	首平方，尾平方，积的2倍带负号

经典例题

例题 1：用平方差公式计算。

1. $(x + 2)(x - 2)$ (2) $(3a + b)(3a - b)$ (3) 102×98

解答：

1. $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$

2. $(3a + b)(3a - b) = (3a)^2 - b^2 = 9a^2 - b^2$

3. $102 \times 98 = (100 + 2)(100 - 2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$

例题 2：用完全平方公式计算。

1. $(x + 4)^2$ (2) $(2a - 3b)^2$ (3) 103^2

解答：

1. $(x + 4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$

2. $(2a - 3b)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$

3. $103^2 = (100 + 3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10000 + 600 + 9 = 10609$

例题 3：计算 $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$

解答：

方法一：分别展开再相减 $= (x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 6x + 9) = x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 = 12x$

方法二（更聪明）：用平方差公式 $= [(x+3) + (x-3)][(x+3) - (x-3)] = (2x)(6) = 12x$

例题 4：先化简，再求值： $(x - 2)(x + 2) - (x + 1)^2$ ，其中 $x = 3$

解答：

先化简： $= (x^2 - 4) - (x^2 + 2x + 1) = x^2 - 4 - x^2 - 2x - 1 = -2x - 5$

当 $x = 3$ 时：原式 $= -2 \times 3 - 5 = -6 - 5 = -11$

例题 5：已知 $a + b = 5$ ， $ab = 6$ ，求 $a^2 + b^2$ 的值。

分析：用完全平方公式变形： $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

解答：

$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5^2 - 2 \times 6 = 25 - 12 = 13$

基础练习题

1. 计算： $(x + 7)(x - 7)$
2. 计算： $(2a + 5b)^2$
3. 计算： 99×101 （用平方差公式）
4. 计算： $(3x - 2y)^2 - (3x + 2y)^2$
5. 已知 $a - b = 4$ ， $ab = 3$ ，求 $a^2 + b^2$ 的值。

► [点击查看答案](#)

11.4 整式的除法

知识点讲解

单项式 ÷ 单项式：

系数相除，同底数幂相除，剩下的照抄。

比如 $6x^3y^2 \div 2xy = (6 \div 2) \times (x^3 \div x) \times (y^2 \div y) = 3x^2y$

多项式 ÷ 单项式：

用多项式的每一项去除以单项式，再把结果相加。

比如 $(6x^2 + 4x) \div 2x = 6x^2 \div 2x + 4x \div 2x = 3x + 2$

核心公式和定理

类型	公式	说明
单项式 ÷ 单项式	系数 ÷ 系数，同底幂相减	$6x^5y \div 3x^2y = 2x^3$
多项式 ÷ 单项式	$(a+b+c) \div d =$ $a \div d + b \div d + c \div d$	逐项相除

经典例题

例题 1：计算 $8a^4b^2c \div 2a^2b$

解答：

$= (8 \div 2) \times (a^4 \div a^2) \times (b^2 \div b) \times c = 4a^2bc$

例题 2：计算 $(-15x^3y^2) \div (5x^2y)$

解答：

$= (-15 \div 5) \times (x^3 \div x^2) \times (y^2 \div y) = -3xy$

例题 3: 计算 $(12x^3 - 8x^2 + 4x) \div 4x$

解答:

$$= 12x^3 \div 4x - 8x^2 \div 4x + 4x \div 4x$$

$$= 3x^2 - 2x + 1$$

例题 4: 计算 $(6a^2b - 9ab^2) \div 3ab$

解答:

$$= 6a^2b \div 3ab - 9ab^2 \div 3ab$$

$$= 2a - 3b$$

例题 5: 一个长方形的面积是 $8x^3y^2$ ，宽是 $2xy$ ，求长。

解答:

长方形面积 = 长 $\times$ 宽

$$\text{所以 长} = \text{面积} \div \text{宽} = 8x^3y^2 \div 2xy = 4x^2y$$

基础练习题

1. 计算: $12a^5b^3 \div 3a^2b =$

2. 计算: $(-20x^3y^2z) \div (-5x^2y) =$

3. 计算: $(9x^3 - 6x^2 + 3x) \div 3x =$

4. 计算: $(10a^2b^2 - 15ab^3) \div 5ab =$

5. 计算: $(8x^4y^2 - 12x^3y^3) \div 4x^2y =$

► [点击查看答案](#)

11.5 因式分解

知识点讲解

因式分解就是把一个多项式拆成几个整式相乘的形式。可以理解为整式乘法的逆运算。

方法一：提公因式法

如果一个多项式的各项有公因式（共同的字母或数字因数），就把它提出来。

比如 $6x^2 + 9x$ ，公因式是 $3x$ ，分解为 $3x(2x + 3)$

步骤：一看系数最大公约数，二看相同字母取最低次幂

方法二：公式法

用我们刚学的乘法公式反过来用：

- 平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- 完全平方公式： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

比如 $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$ $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

核心公式和定理

方法	公式	适用场景
提公因式	$ab + ac = a(b + c)$	各项有共同因子
平方差公式	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	两项，符号相反
完全平方和	$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$	三项，中间是 2 倍乘积
完全平方差	$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	三项，中间是负 2 倍乘积

经典例题

例题 1：因式分解。

1. $8a^2b - 12ab^2$ (2) $3x(x - y) + 2y(x - y)$

解答：

1. 公因式是 $4ab = 4ab(2a - 3b)$
 2. 公因式是 $(x - y) = (x - y)(3x + 2y)$
-

例题 2： 因式分解（用平方差公式）。

1. $x^2 - 16$ (2) $4a^2 - 9b^2$ (3) $(x + y)^2 - 1$

解答：

1. $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x + 4)(x - 4)$
 2. $4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$
 3. $(x + y)^2 - 1 = (x + y + 1)(x + y - 1)$
-

例题 3： 因式分解（用完全平方公式）。

1. $x^2 + 8x + 16$ (2) $9x^2 - 12x + 4$ (3) $x^2 - x + 1/4$

解答：

1. $x^2 + 8x + 16 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = (x + 4)^2$
 2. $9x^2 - 12x + 4 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2 + 2^2 = (3x - 2)^2$
 3. $x^2 - x + 1/4 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 1/2 + (1/2)^2 = (x - 1/2)^2$
-

例题 4： 先提公因式，再用公式法继续分解。

1. $2x^3 - 8x$ (2) $a^3b - 2a^2b + ab$

解答：

1. 先提公因式 $2x$: $2x(x^2 - 4)$ 再用平方差公式: $2x(x + 2)(x - 2)$
 2. 先提公因式 ab : $ab(a^2 - 2a + 1)$ 再用完全平方公式: $ab(a - 1)^2$
-

例题 5： 因式分解 $x^4 - 81$

解答：

$$x^4 - 81 = (x^2)^2 - 9^2 = (x^2 + 9)(x^2 - 9)$$

注意 $x^2 - 9$ 还能继续分解！ $= (x^2 + 9)(x + 3)(x - 3)$

因式分解一定要分到不能再分为止！

基础练习题

1. 因式分解： $6x^2y + 9xy^2$

2. 因式分解： $x^2 - 25$

3. 因式分解： $x^2 - 8x + 16$

4. 因式分解： $2x^2 - 18$

5. 因式分解： $a^3 - 2a^2b + ab^2$

► 点击查看答案

本章思维导图

第11章 整式的乘除

|

├— 11.1 幂的运算

| └— 同底幂乘法： $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

| └— 幂的乘方： $(a^m)^n = a^{mn}$

| └— 积的乘方： $(ab)^n = a^n b^n$

| └— 同底幂除法： $a^m \div a^n = a^{m-n}$

|

├— 11.2 整式的乘法

| └— 单项式×单项式：系数×系数，同底幂相乘

| └— 单项式×多项式：分配律 $a(b+c)=ab+ac$

| └— 多项式×多项式：逐项相乘

|

├— 11.3 乘法公式 ★核心

| └— 平方差： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

| └— 完全平方： $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

|

└─ 11.4 整式的除法
| └─ 单项式÷单项式：系数÷系数，同底幂相减
| └─ 多项式÷单项式：逐项相除
|
└─ 11.5 因式分解 ← 乘法的逆运算
| └─ 提公因式法： $ab+ac=a(b+c)$
| └─ 公式法：平方差/完全平方

第12章 全等三角形

12.1 命题、定义、定理与证明

知识点讲解

命题：判断一件事情的语句。比如“对顶角相等”就是一个命题。

命题由**条件**和**结论**两部分组成，一般写成“如果……那么……”的形式。

- 真命题：条件成立时结论一定成立
- 假命题：条件成立时结论不一定成立（举一个反例就能证明它是假命题）

定义：对一个概念的含意的描述。比如“两边相等的三角形叫做等腰三角形”。

定理：经过证明的真命题。定理可以作为推理的依据。

证明：用推理的方法，从已知条件出发，一步步推出结论的过程。

证明的格式：因为（已知）——根据——所以（结论）

经典例题

例题 1：判断下列语句是不是命题。如果是，指出它的条件和结论。

1. 等角对等边。
2. 画一条直线。
3. 如果 $a > b$, $b > c$, 那么 $a > c$ 。

解答：

1. 是命题。条件：一个三角形中有两个角相等。结论：这两个角所对的边相等。

- 2. 不是命题。画直线是一个动作，不是判断。
- 3. 是命题。条件： $a > b$ 且 $b > c$ 。结论： $a > c$ 。

例题 2：判断下列命题是真命题还是假命题，假命题举一个反例。

- 1. 如果两个角相等，那么它们是对顶角。
- 2. 三角形的内角和等于 180° 。

解答：

- 1. 假命题。反例：等腰三角形两底角相等，但它们不是对顶角。
- 2. 真命题。这是学过的三角形内角和定理。

12.2 三角形全等的判定

知识点讲解

什么叫全等三角形？

两个三角形形状相同、大小相同，能完全重合在一起，就叫全等。对应边相等，对应角相等。

判定两个三角形全等的方法（不需要证明所有边和角都相等）：

判定方法	条件	简写	说明
SAS	两边和它们的夹角对应相等	边角边	必须是夹角！
ASA	两角和它们的夹边对应相等	角边角	夹边在两个角之间
SSS	三边对应相等	边边边	条件最直接
AAS	两角和其中一个角的对边对应相等	角角边	AS的推论
HL	斜边和一条直角边对应相等	斜边直角边	只用于直角三角形

注意：没有 SSA（边边角）！ 两边和其中一边的对角对应相等不能判定全等。

经典例题

例题 1：如图， $AB = AD$ ， $AC = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ，求证： $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ 。

解答：

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中： - $AB = AD$ (已知) - $\angle BAC = \angle DAE$ (已知) - $AC = AE$ (已知)

所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS)

例题 2：如图， $AB = DC$ ， $AC = DB$ ，求证： $\angle ABC = \angle DCB$ 。

分析：要证角相等，通常证明它们所在的三角形全等。

解答：

连接 BC 。在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中： - $AB = DC$ (已知) - $AC = DB$ (已知) - $BC = CB$ (公共边)

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS)

所以 $\angle ABC = \angle DCB$ (全等三角形的对应角相等)

例题 3：如图， $BD \perp AC$ ， $CE \perp AB$ ，垂足分别为 D 、 E ， $BD = CE$ ，求证： $AB = AC$ 。

解答：

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中： - $\angle ADB = \angle AEC = 90^\circ$ ($BD \perp AC$ ， $CE \perp AB$) - $BD = CE$ (已知) - $\angle A = \angle A$ (公共角)

所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (AAS)

所以 $AB = AC$ (全等三角形对应边相等)

基础练习题

1. 判断：下列条件能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 吗？

1. $AB = DE$ ， $BC = EF$ ， $\angle A = \angle D$
2. $AB = DE$ ， $BC = EF$ ， $\angle B = \angle E$
3. $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $AB = DE$

2. 如图， $AB = AC$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，求证： $BD = CD$ 。

► [点击查看答案](#)

12.3 等腰三角形

知识点讲解

等腰三角形：有两条边相等的三角形。相等的边叫腰，第三条边叫底。

性质一：等边对等角

等腰三角形的两个底角相等。

简单说：腰相等 $\rightarrow$ 底角相等

性质二：三线合一

等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合（三线合一）。

也就是说，这三个“线”是同一根线，知道一条就能推出另外两条。

判定：如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等（等角对等边）。

这刚好是性质一的反过来用。

核心公式和定理

名称	内容	图形记忆
等边对等角	$AB = AC \Rightarrow \angle B = \angle C$	等腰三角形两底角相等
三线合一	顶角平分线 = 底边中线 = 底边高	三线是同一根线
等角对等边	$\angle B = \angle C \Rightarrow AB = AC$	判定等腰三角形

经典例题

例题 1：等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 80^\circ$ ，求 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的度数。

解答：

因为 $AB = AC$ ，所以 $\angle B = \angle C$ （等边对等角）。

三角形内角和为 180° : $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$80^\circ + 2\angle B = 180^\circ$$

$$2\angle B = 100^\circ$$

$$\angle B = 50^\circ, \angle C = 50^\circ$$

例题 2: 等腰三角形的一个角是 120° , 求另外两个角的度数。

解答:

如果是顶角为 120° , 则两底角之和为 60° , 各为 30° 。

如果是底角为 120° , 两底角之和 $240^\circ > 180^\circ$, 不可能!

所以顶角 120° , 底角各 30° 。

例题 3: 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 BC 的中点, 求证: $AD \perp BC$ 。

证明:

因为 $AB = AC$, D 是 BC 的中点 (即 AD 是中线)

根据三线合一, 底边上的中线也是底边上的高

所以 $AD \perp BC$

基础练习题

1. 等腰三角形中, $\angle A = 36^\circ$, $AB = AC$, 求 $\angle B$ 和 $\angle C$ 。
2. 等腰三角形的一个底角是 40° , 求顶角的度数。
3. 等腰三角形两边的长分别是 5cm 和 11cm , 求周长。

► [点击查看答案](#)

12.4 逆命题和逆定理

知识点讲解

逆命题：把一个命题的条件和结论互换得到的新命题。

比如原命题：如果 $a = b$ ，那么 $a^2 = b^2$ （真命题） 逆命题：如果 $a^2 = b^2$ ，那么 $a = b$ （假命题，因为 a 也可能等于 $-b$ ）

线段的垂直平分线：

性质定理：线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等。 逆定理：到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上。

角平分线：

性质定理：角平分线上的点到角两边的距离相等。 逆定理：到角两边距离相等的点在角的平分线上。

经典例题

例题 1：写出下列命题的逆命题，并判断真假。

1. 如果 $x = 3$ ，那么 $x^2 = 9$ 。
2. 全等三角形的对应角相等。

解答：

1. 逆命题：如果 $x^2 = 9$ ，那么 $x = 3$ 。假命题（ x 也可能是 -3 ）。
2. 逆命题：对应角相等的三角形是全等三角形。假命题（还需要边的条件）。

例题 2：如图，点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上， $PC \perp OA$ ， $PD \perp OB$ ，垂足分别为 C 、 D ，求证： $PC = PD$ 。

解答：

因为 P 在角平分线上，所以 $\angle COP = \angle DOP$ 。

在 $Rt\triangle PCO$ 和 $Rt\triangle PDO$ 中： - $\angle PCO = \angle PDO = 90^\circ$ - $\angle COP = \angle DOP$ （角平分线） - $PO = PO$ （公共边）

所以 $\triangle PCO \cong \triangle PDO$ （AAS）

所以 $PC = PD$

本章思维导图

第12章 全等三角形

|

├─ 12.1 命题与证明

| ├─ 命题：条件→结论

| ├─ 真命题 vs 假命题（举反例）

| └─ 定理：经过证明的真命题

|

├─ 12.2 三角形全等判定 ★核心

| ├─ SAS（边角边） – 必须是夹角

| ├─ ASA（角边角）

| ├─ SSS（边边边）

| ├─ AAS（角角边）

| └─ HL（斜边直角边）– 仅直角三角形

| ✗ SSA（边边角）不能判定！

|

├─ 12.3 等腰三角形

| ├─ 性质：等边对等角、三线合一

| └─ 判定：等角对等边

|

└─ 12.4 逆命题与逆定理

├─ 线段垂直平分线：点到两端距离相等

└─ 角平分线：点到两边的距离相等

第13章 勾股定理

13.1 勾股定理及其逆定理

知识点讲解

一个神奇的发现

直角三角形的三边之间有一个非常重要的关系。

在一个直角三角形中，两个直角边（较短的边）的平方和 = 斜边（最长边）的平方。

公式： $a^2 + b^2 = c^2$ (c 是斜边，a 和 b 是直角边)

据说毕达哥拉斯发现这个定理时杀了 100 头牛来庆祝，所以也叫“百牛定理”。

我们老祖宗叫它“勾股定理”：勾三股四弦五—— $3^2 + 4^2 = 5^2$

勾股定理的逆定理：

如果三角形的三边长 a 、 b 、 c 满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形。

勾股定理：直角三角形 $\rightarrow a^2 + b^2 = c^2$ 逆定理： $a^2 + b^2 = c^2 \rightarrow$ 直角三角形

两者互为逆定理！

核心公式和定理

名称	公式	说明
勾股定理	$a^2 + b^2 = c^2$	a 、 b 是直角边， c 是斜边
勾股定理求直角边	$a = \sqrt{c^2 - b^2}$	已知斜边和一条直角边
勾股定理逆定理	$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow$ 直角三角形	用于判断
常见勾股数	3-4-5、5-12-13、6-8-10、 8-15-17	建议背下来

经典例题

例题 1：已知直角三角形两直角边长分别为 3 和 4，求斜边长。

解答：

$a = 3, b = 4$

$c^2 = a^2 + b^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$c = \sqrt{25} = 5$

例题 2：已知直角三角形斜边长 13，一条直角边长 5，求另一条直角边长。

解答：

$$c = 13, a = 5$$

$$b^2 = c^2 - a^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$b = \sqrt{144} = 12$$

例题 3：判断三边长分别为 6、8、10 的三角形是不是直角三角形。

解答：

把最大的数作为斜边 $c = 10$ ，检验 $a^2 + b^2 = c^2$

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$$

所以是直角三角形。

例题 4：一个直角三角形的两直角边之比为 3:4，斜边长为 25，求两直角边的长。

解答：

设两直角边为 $3x$ 和 $4x$ 。

$$(3x)^2 + (4x)^2 = 25^2$$

$$9x^2 + 16x^2 = 625$$

$$25x^2 = 625$$

$$x^2 = 25$$

$$x = 5$$

所以两直角边为 $3 \times 5 = 15$ 和 $4 \times 5 = 20$ 。

例题 5：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 10$ ，求 AC 和 BC 的长。

解答：

在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半。

$\angle B = 30^\circ$ ， 30° 对的直角边是 AC ，所以 $AC = AB \div 2 = 5$ 。

$$BC^2 = AB^2 - AC^2 = 10^2 - 5^2 = 100 - 25 = 75$$

$$BC = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

基础练习题

1. 直角三角形直角边分别为 5 和 12，求斜边长。
2. 一直角三角形的斜边和一条直角边分别为 17 和 8，求另一条直角边。
3. 判断：三边长为 7、24、25 能否构成直角三角形？
4. 一个直角三角形的两直角边之差为 2，斜边长为 10，求两直角边。
5. 长为 10 m 的梯子靠在墙上，梯子底部离墙角 6 m，求梯子顶端离地多高。

► [点击查看答案](#)

13.2 勾股定理的应用

知识点讲解

勾股定理在生活中的应用非常广泛，主要有以下几类：

1. 求高度和距离

比如树的高度、河流宽度、两点间的距离等。

2. 最短路径问题

把立体图形（长方体、圆柱）的侧面展开成平面图形，然后用勾股定理求最短路径。

3. 建立坐标求距离

平面直角坐标系中，两点之间的距离 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

经典例题

例题 1：一棵树被风吹倒，折断处离地面 8 米，树尖落在离树根部 6 米处，求树的高度。

解答：

设折断部分长为 x 米（斜边）。

$$x^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

$$x = 10$$

所以树高 $= 8 + 10 = 18$ 米

例题 2：如图，长方体的长、宽、高分别为 3、4、12，求从 A 到 B 的最短路径。

长方体表面上的最短路径：展开侧面，用勾股定理。

解答：

方法一（展开正面和顶面）：路径 $= \sqrt{[(3+4)^2 + 12^2]} = \sqrt{(49 + 144)} = \sqrt{193}$

方法二（展开正面和侧面）：路径 $= \sqrt{[(3+12)^2 + 4^2]} = \sqrt{(225 + 16)} = \sqrt{241}$

方法三（展开侧面和顶面）：路径 $= \sqrt{[(4+12)^2 + 3^2]} = \sqrt{(256 + 9)} = \sqrt{265}$

比较： $\sqrt{193}$ 最小，所以最短路径为 $\sqrt{193}$ (≈ 13.89)

例题 3：在平面直角坐标系中， $A(1, 2)$ ， $B(4, 6)$ ，求 A、B 两点间的距离。

解答：

$$AB = \sqrt{[(4 - 1)^2 + (6 - 2)^2]} = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = \sqrt{(9 + 16)} = \sqrt{25} = 5$$

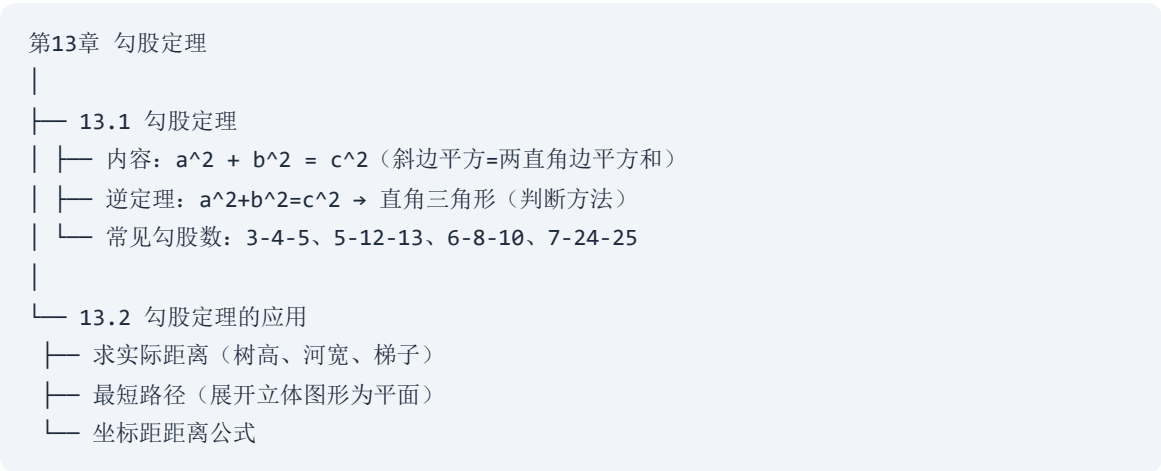
基础练习题

1. 一根电线杆高 15 米，从顶端拉一根钢绳固定在地面，固定点离电杆底部 8 米，求钢绳的长度。
2. 在坐标平面中， $P(-2, 3)$ ， $Q(1, -1)$ ，求 PQ 的距离。

3. 圆柱底面半径为 3，高为 8，求从底面边缘 A 到顶面边缘 B 的最短路径（ π 取 3）。

► [点击查看答案](#)

本章思维导图



第14章 数据的收集与表示

14.1 数据的收集

知识点讲解

为什么要收集数据？

想说服别人、做决策、发现问题，都需要数据。比如“哪种口味的奶茶最好卖”，就得收集销售数据。

收集数据的方式：

- **调查**：问卷调查、访谈、电话调查
- **实验**：在控制条件下做实验记录结果
- **查询**：从已有的资料中查找数据（如政府统计报告、学校成绩册）
- **测量**：直接测量（如身高、体重、温度）

全面调查 vs 抽样调查：

- **全面调查（普查）**：对**所有**对象都调查。优点是准确，缺点是费时费力。

- 比如：人口普查、全班同学的视力检查
- **抽样调查**：从全体中抽取**一部分**来调查。优点是省时省力，缺点是有误差。
- 比如：质检员抽 10 包薯片来检验整批的质量

总体：要考察的全体对象 个体：总体中的每一个对象 样本：被抽出来的那部分个体 样本容量：样本中包含的个体数目

经典例题

例题 1：判断下列调查应该用全面调查还是抽样调查。

1. 检查一批灯泡的使用寿命
2. 统计全班同学的生日
3. 了解全国青少年近视率

解答：

1. 抽样调查。灯泡测试是破坏性的，不能全都测。
2. 全面调查。全班同学人数有限，方便普查。
3. 抽样调查。全国青少年太多，不可能一个一个查。

例题 2：某校要了解学生每天的睡眠时间，从全校 1200 人中抽取 100 人调查，指出总体、个体、样本、样本容量。

解答：

- 总体：全校 1200 名学生的睡眠时间
- 个体：每名学生的睡眠时间
- 样本：被抽取的 100 名学生的睡眠时间
- 样本容量：100

14.2 数据的表示

知识点讲解

数据收集完了，怎么让别人一眼看懂？要用**图表**。

频数分布直方图：

- 把数据分成若干组，统计每组有多少个数据（频数）
- 用长方形的高度表示频数大小
- 特点：可以直观看出来数据集中在哪个范围

扇形统计图：

- 用整个圆代表总体，每个扇形代表各部分
- 扇形的角度 = 该部分占比 × 360°
- 特点：可以直观看出来各部分占整体的比例

制作频数分布直方图的步骤：

1. 计算最大值与最小值的差（极差）
2. 决定组距和组数
3. 分组（每组边界要清晰）
4. 统计各组频数
5. 画直方图

核心公式和定理

图类型	用途	优点	注意
频数分布直方图	看数据分布	看出集中趋势	组距要适当
扇形统计图	看比例	占比一目了然	各部分比例之和为 1
扇形圆心角	角度 = 比例 × 360°	用于画图	各部分角度之和为 360°

经典例题

例题 1：某班 40 人，最喜欢的运动如下：篮球 15 人，足球 10 人，乒乓球 8 人，其他 7 人。请计算各扇形的圆心角度数。

解答：

篮球：15÷40 = 37.5%，圆心角 = 360°×37.5% = 135° 足球：10÷40 = 25%，圆心角 = 360°×25% = 90° 乒乓球：8÷40 = 20%，圆心角 = 360°×20% = 72° 其他：7÷40 = 17.5%，圆心角 = 360°×17.5% = 63°

验算：135° + 90° + 72° + 63° = 360°

解答：

$$\text{极差} = 98 - 42 = 56$$

$$\text{组数} = \text{极差} \div \text{组距} = 56 \div 10 = 5.6$$

取整数，分 6 组。

基础练习题

1. 为调查全校学生零花钱使用情况，从每个班抽 5 人调查，这是哪种调查方式？
2. 一个扇形统计图中，某部分占比 30%，圆心角是多少度？
3. 某班 50 人，成绩 60-70 分有 6 人，70-80 分有 15 人，80-90 分有 20 人，90-100 分有 9 人，哪个分数段人数最多？

▶ [点击查看答案](#)

本章思维导图

1
2
3
4
5
6
7

— — — — —

1

1

1

1

预习完毕！华师大版八上数学共 5 章，重点在第 11 章（整式乘除与因式分解）和第 12 章（全等三角形），这两章是中考必考的硬骨头，暑假多花时间做好铺垫。

预习建议：每章先看知识点，例题自己试着做再看答案，最后做练习题巩固。遇到不会的标记出来，开学后重点听讲。

加油，！